

表計算ソフトを使用した「輸送計画」のシミュレーション

概要

私たちの周りには、工場、倉庫、物流センターから、商店、スーパー、コンビニなど、ある場所から別の場所へ商品を配送するということが種々なところにある。これらは、「輸送計画」という技法で「最小の輸送費用で配送する」という計画を解決できる。ここでは、「輸送計画」の基礎的な考え方を学習する。なお、前提として「表計算の操作」を学習しておくことが望ましい。

キーワード

輸送計画、待ち行列、表計算

1. 学習活動

(1) 問題

次のモデルによる輸送計画を考える。

配送センターは2ヶ所(C1, C2)、スーパーも2ヶ所(S1, S2)とする。S1から6個、S2から9個の受注をした。在庫は、C1に10個、C2に5個ある。輸送単価は、(C1, S1)が2千円、(C2, S2)が1千円などである。

この条件で、最少の輸送費用で配送する計画を立案する。

摘要	C1	C2	受注
S1	2千円/個	3	6
S2	4	1	9
配送	10	5	15

図1 配送量と配送費用

(2) モデル化

上記の問題文より、数値データをモデル化する。

摘要	C1	C2	受注
S1	x	y	6
S2	z	w	9
配送	10	5	15

図2 配送量の定式化

制約条件式

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ z + w = 9 \end{cases} \quad \begin{cases} x + z = 10 \\ y + w = 5 \end{cases}$$

目的関数

$$Z_{\min} = 2x + 3y + 4z + 1w$$

非負条件

$$x \geq 0 \quad y \geq 0 \quad z \geq 0 \quad w \geq 0$$

(3) シミュレーション

このモデルは次の点で、特殊なモデルである。

制約条件式の係数(x, y, z, w)はすべて1で、左辺と右辺は等式(=)である。

逆行列がないから、この連立方程式は、一般的に「解不能」である。

受注と配送は均衡である。

したがって、このモデルの解法は、どれかの未知数に「仮の解」を入れて、順次すべての未知数を確定し、最適解かどうかを評価する手続きを繰り返す。

解) 例1 制約条件式で、「x = 1」とすると、

$$x = 1 \quad y = 5 \quad z = 9 \quad w = 4$$

目的関数 Zmin は

$$= 2 \times 1 + 3 \times 5 + 4 \times 9 + 1 \times 4 = 57$$

となる。これは、許容解の1つであるが、これが「最少費用」であるかは、評価を要する。

解) 例2 このモデルでは、(C2, S2)が1

千円と配送費が最少であるから、このルートを使用することを考える。「w = 5」とすると、

$$x = 6 \quad y = 0 \quad z = 4 \quad w = 5$$

目的関数 Zmin は

$$= 2 \times 6 + 3 \times 0 + 4 \times 4 + 1 \times 5 = 33$$

となる。これが「最少費用」となる。

(4) 北西隅ルール

上記の計算方法を表形式で行うには、「北西隅ルール」を用いる。これは左上隅のマスから埋めて、初期解を求める方法である。

解) 例3 左上隅の(C1, S1)に受注数6を入れる。C1の配送量の残り4をS2へ配送する。C2の配送量5はS2へ配送する。これにより、

$$Zmin = 2 \times 6 + 3 \times 0 + 4 \times 4 + 1 \times 5 = 33$$

は、許容解の1つである。

摘要	C1	C2	受注
S1	6	0	6
S2	4	5	9
配送	10	5	15

図3 北西隅ルールの評価(1)

解) 例4 ここで、(C2, S1)のルートが0であるから、このルートを使用することを考える。

$$\begin{array}{ll} (C2, S1) + 1 & (C2, S2) - 1 \\ (C1, S2) + 1 & (C1, S1) - 1 \end{array}$$

摘要	C1	C2	受注
S1	6 (-1)	0 (+1)	6
S2	4 (+1)	5 (-1)	9
配送	10	5	15

図4 北西隅ルールの評価(2)

(C2, S1)の配送量を1ヶ増加すると、

	A	B	C	D	E	F	G
1				資料：倉庫と販売店における輸送費用			
2		販売店\倉庫	土岐倉庫	各務原倉庫	下呂倉庫	羽島倉庫	受注
3		中津川店	3	4	2	3	30
4		大垣店	4	2	5	3	50
5		岐阜店	2	1	4	4	40
6		配送	25	30	40	25	120

図5 倉庫と販売店における輸送費用

$$\text{輸送費用} = -2 + 3 - 1 + 4 = +4$$

と、輸送費用は4千円増加するから、このルートの利用は得策でない。

このように他のルートについての配送量を変更し、配送費用の最少を求める。

このモデルの場合、解)例3が「最適解」である。

2. コンピュータによるシミュレーション

(1) 問題

CDレンタルチェーン店のTSUTA屋は、4箇所の倉庫から3箇所の販売店へ商品の輸送計画を立てている。4箇所の各倉庫、土岐倉庫、各務原倉庫、下呂倉庫、羽島倉庫の在庫量と3箇所の販売店、中津川店、岐阜店、大垣店の需要量は図5のようになっている。

この表にはさらに倉庫から販売店に向かって商品を1個輸送するに要する輸送費が記入されている。たとえば土岐倉庫から中津川店に1個送れば輸送費3千円がかかり、輸送費は送る個数に比例して増えるものとする。

最小の輸送費で、各販売店の需要をすべて満たすようにするにはどのような輸送計画を立てればよいのか、図6でシミュレーションする。

(2) 作業の手順

図5の「各倉庫の配送量」「各販売店の受注量」「倉庫と販売店の輸送費用」の三項目に、データが入力されていることを確認する。

倉庫から販売店への配送量を図6に入力し、総輸送費が最少となる最適解を求める。

「配送」(式1)。

「過不足〔販売店〕」(式2)。

「受注」(式3)。

「過不足〔倉庫〕」(式4)。

「総輸送費」(式5)。

	A	B	C	D	E	F	G	H
9				回答欄：配送量入力				
10		販売店\倉庫	土岐倉庫	各務原倉庫	下呂倉庫	羽島倉庫	受注	過不足
11		中津川店	0	0	30		(式3) 30	(式4) 0
12		大垣店	14	1	10	25	50	0
13		岐阜店	11	29	0	0	40	0
14		配送	(式1) 25	30	40	25	90	
15		過不足	(式2) 0	0	0	0		
16		総輸送費	(式5) 295					

図6 配送量入力シート

この図6により、このモデルにおける輸送計画が解析できる。

3. 備考

(1) 配送

式1 =C7-C11-C12-C13+C7

(2) 過不足(販売店)

式2 =C14-C7

(3) 受注

式3 =SUM(C11:F11)

(4) 過不足(倉庫)

式4 =G11-G4

(5) 総輸送費

式5 =C4*C11+C5*C12+C6*C13
+D4*D11+D5*D12+D6*D13
+E4*E11+E5*E12+E6*E13
+F4*F11+F5*F12+F6*F13

(6) 配送量の定式化

	P1	P2	P3	P4	受注
M1	a	b	c	d	30
M2	e	f	g	h	50
M3	i	j	k	l	40
配送	25	30	40	25	120

図7 配送量の定式化

(7) 初期解を求める

このモデルでは、(P2, M3)が1千円と配送費が最少であるから、このルートを使用することを考える。配送量の限度の「j = 30」と

すると、b = 0 f = 0 となる。

	P1	P2	P3	P4	受注
M1	3	4=0	2	3	30
M2	4	2=0	5	3	50
M3	2	1=30	4	4	40 10
配送	25	30 0	40	25	

図8 初期解(1)

次に、(P3, M1)が2千円と配送費が最少であるから、受注量の限度の「c = 30」とすると、a = 0 d = 0 となる。

	P1	P2	P3	P4	受注
M1	3=0	0	2=30	3=0	30 0
M2	4	0	5	3	50
M3	2	30	4	4	10
配送	25	0	40 10	25	

図9 初期解(2)

次に、(P1, M3)が2千円と配送費が最少であるから、受注量の限度の「i = 10」とすると、k = 0 l = 0 となる。

	P1	P2	P3	P4	受注
M1	0	0	30	0	0
M2	4	0	5	3	50
M3	2=10	30	4=0	4=0	10 0
配送	25 15	0	10	25	

図10 初期解(3)

最後に、配送費が最少の(P4, M2)(P1,

M2)、(P3, M2)の順に、配送量の限度の「h = 25」、「e = 15」、「g = 10」とする。

	P1	P2	P3	P4	受注	
M1	0	0	30	0	0	
M2	4=15	0	5=10	3=25	50	0
M3	10	30	0	0	0	
配送	15	0	10	25	0	

図11 初期解(4)

上記の結果、各倉庫から各販売店への配送量を
 $a = 0$ $b = 0$ $c = 30$ $d = 0$
 $e = 15$ $f = 0$ $g = 10$ $h = 25$
 $i = 10$ $j = 30$ $k = 0$ $l = 0$
とすると、目的関数 Z_{min} は、

$$\begin{aligned}
 &= 3 \times 0 + 4 \times 0 + 2 \times 30 + 3 \times 0 \\
 &+ 4 \times 15 + 2 \times 0 + 5 \times 10 + 3 \times 25 \\
 &+ 2 \times 10 + 1 \times 30 + 4 \times 0 + 4 \times 0 \\
 &= 295
 \end{aligned}$$

となる。これは、許容解の1つであるが、これが「最少費用」であるかは、評価を要する。

(8) 解の改善

ここで、(P1, M1)のルートが0であるから、このルートを使用することを考える。

$$\begin{array}{ll}
 (P1, M1) + 1 & (P3, M1) - 1 \\
 (P3, M2) + 1 & (P1, M2) - 1
 \end{array}$$

(P1, M1)の配送量を1ヶ増加すると、
 輸送費用 = +3 - 2 + 5 - 4 = +2
 と、輸送費用は2千円増加するから、このルートの利用は得策ではない。

	P1	P2	P3	P4	受注
M1	0(+1)	0	30(-1)	0	30
M2	15(-1)	0	10(+1)	25	50
M3	10	30	0	0	40
配送	25	30	40	25	120

図12 解の改善(1)

次に、(P2, M2)のルートが0であるから、このルートを使用することを考える。

$$\begin{array}{ll}
 (P2, M2) + 1 & (P2, M3) - 1 \\
 (P1, M3) + 1 & (P1, M2) - 1
 \end{array}$$

(P2, M2)の配送量を1ヶ増加すると、
 輸送費用 = +2 - 1 + 2 - 4 = -1
 と、輸送費用は1千円減少するから、このルートの利用が有利である。

	P1	P2	P3	P4	受注
M1	0	0	30	0	30
M2	15(-1)	0(+1)	10	25	50
M3	10(+1)	30(-1)	0	0	40
配送	25	30	40	25	120

図13 解の改善(2)

このように他のルートについての配送量を変更して配送費用の最少を求める。

このモデルの場合、最適解は $Z_{min} = 280$ 千円である。

4. 情報活用内容(学習実践方法と情報活用内容)

(1) ワークシートのダウンロード

シミュレーションで使用するExcelワークシートは、<http://www.gdpec.smile.pref.gifu.jp/s07/or/> からダウンロードできる。(ただし、SMILE端末のみアクセス可能)

(2) 演習問題

Q社は、4箇所の倉庫から3箇所の販売店へ商品の輸送計画を立てている。4箇所の各倉庫(W1~W4)の在庫量と3箇所の販売店(C1~C3)の需要表は下図のようになっている。

最小の輸送費で、各販売店の需要をすべて満たすようにするにはどのような輸送計画を立てればよいのか求めなさい。 $Z_{min} = 1,750$ 千円

	W1	W2	W3	W4	受注
C1	7千円/個	3	1	5	100
C2	4	7	6	8	250
C3	3	3	4	2	145
配送	150	200	135	50	